

## Fundamentos Geométricos de la Relatividad General y Gravitación

MÓDULO	MATERIA	ASIGNATURA	CURSO	SEMESTRE	CRÉDITOS	CARÁCTER
Física Matemática y Teórica	Fundamentos Geométricos de la Relatividad General y Gravitación	Fundamentos Geométricos de la Relatividad General y Gravitación	1	2	6 ECTS	Optativo
<b>PROFESOR(ES)</b>			<b>DIRECCIÓN COMPLETA DE CONTACTO PARA TUTORÍAS (Dirección postal, teléfono, correo electrónico, etc.)</b>			
Bert Janssen Alfonso Romero Sarabia Miguel Sánchez Caja			-Departamento de Física Teórica y del Cosmos, Edificio Mecenas, Campus Fuentenueva s/n; despacho 021 <a href="mailto:bjanssen@ugr.es">bjanssen@ugr.es</a>			
			-Departamento de Geometría y Topología, Fac. Ciencias, Campus Fuentenueva s/n; -despacho 19, <a href="mailto:aromero@ugr.es">aromero@ugr.es</a> , -despacho 23, <a href="mailto:sanchezm@ugr.es">sanchezm@ugr.es</a>			
			<b>HORARIO DE TUTORÍAS</b>			
			Por e-correo en días laborables, mediante el cual se podrá concertar cita para tutoría presencial (garantizándose en cualquier caso poder impartirla durante el día más próximo en el que haya clase presencial).			
<b>MÁSTER EN EL QUE SE IMPARTE</b>			<b>OTROS MÁSTERES A LOS QUE SE PODRÍA OFERTAR</b>			
Física y Matemáticas - FisMat			Máster en matemáticas Máster doble MAES-FisyMat Máster en Física: Radiaciones, Nanotecnología, Partículas y Astrofísica			
<b>PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)</b>						
Se recomienda haber cursado previamente la asignatura del Máster: "Principios de Geometría y						



Aplicaciones en Física” (primer semestre).

**BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL MÁSTER)**

***A. Fundamentos de Geometría de Lorentz y Relatividad General***

Álgebra Lineal y aplicaciones a Relatividad Especial.  
Grupo de Lorentz y aplicación espinorial  
Geometría Riemanniana frente a Lorentziana  
Geometría Lorentziana conforme global y Teoría de la Causalidad.  
Campos de observadores  
Ecuación de Raychaudhuri y singularidades  
Ecuación de Einstein

***B. Relatividad General Avanzada y Gravitación***

Álgebra de Lorentz y de Poincaré y sus representaciones  
Física de las ecuaciones de Einstein: condiciones de energía, cantidades conservadas  
Estructura causal y diagramas de Penrose  
Agujeros negros: soluciones, teoremas de unicidad, aspectos cuánticos de la gravedad  
Aproximación del campo débil, ondas gravitacionales  
Formalismo del Vielbein

**COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS DEL MÓDULO**

Generales

CG5. Adquirir la capacidad de desarrollar un trabajo de investigación científica de forma independiente y en toda su extensión. Ser capaz de buscar y asimilar bibliografía científica, formular las hipótesis, plantear y desarrollar problemas y elaborar de conclusiones de los resultados obtenidos

CG4. Saber comunicarse con la comunidad académica y científica en su conjunto, con la empresa y con la sociedad en general acerca de la Física y/o Matemáticas y sus implicaciones académicas, productivas o sociales

Específicas

CE4. Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos matemáticos avanzados, y profundizar en los distintos campos de las matemáticas.



ugr

Universidad  
de Granada

CE5. Tener capacidad para elaborar y desarrollar razonamientos físicos avanzados, y profundizar en los distintos campos de la física y astrofísica.

CE7. Capacidad para comprender y poder aplicar conocimientos avanzados de matemáticas y métodos numéricos o computacionales a problemas de biología, física y astrofísica, así como elaborar y desarrollar modelos matemáticos en ciencias, biología e ingeniería

#### **OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)**

##### ***El alumno sabrá/comprenderá:***

- Formulación matemáticamente precisa de resultados y nociones físicas de la Relatividad.
- Propiedades invariantes conformes de la Geometría de Lorentz, con sus aplicaciones a la Causalidad de espaciotiempos.
- Nociones y resultados de singularidades empezando incluyendo la ecuación de Raychaudhuri y algunos resultados clásicos tanto en el contexto cosmológico global (Big-Bang, teorema de Hawking) como en el de colapso gravitatorio (agujeros negros, teorema de Penrose).
- Formulación precisa del problema de valores iniciales en Relatividad General.
- Soluciones más emblemáticas de las ecuaciones de Einstein

##### ***El alumno será capaz de:***

- Dominar el formalismo de espinores.
- Extender las técnicas de la Geometría Riemanniana clásica a la Geometría de Lorentz, entendiendo con precisión las diferencias y similitudes entre ambas Geometrías.
- Dominar la física descrita por las ecuaciones de Einstein.
- Entender la importancia de simetrías en sistemas físicos
- Relacionar e interpretar la formulación matemática de propiedades físicas

#### **TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA**

##### ***Parte I. Fundamentos de Geometría de Lorentz y Relatividad General***

- I.1 Álgebra Lineal y aplicaciones a Relatividad Especial.
- I.2 Grupo de Lorentz y aplicación espinorial
- I.3 Geometría Riemanniana frente a Lorentziana
- I.4 Geometría Lorentziana conforme global y Teoría de la Causalidad.
- I.5 Campos de observadores
- I.6 Ecuación de Raychaudhuri y singularidades
- I.7 Ecuación de Einstein



*ugr*

Universidad  
de Granada

## **Parte II. Relatividad General Avanzada y Gravitación**

- II.1 Álgebra de Lorentz y de Poincaré y sus representaciones
- II.2 Física de las ecuaciones de Einstein: condiciones de energía, cantidades conservadas
- II.3 Estructura causal y diagramas de Penrose
- II.4 Agujeros negros: soluciones, teoremas de unicidad, aspectos cuánticos de la gravedad
- II.5 Aproximación del campo débil, ondas gravitacionales
- II.6 Formalismo del Vielbein

Con este curso se proporciona un contenido básico sobre aspectos matemáticos relevantes de los espacio-tiempos de la Relatividad General (R.G.) Desde que Einstein extendió en 1915 el espacio-tiempo de Lorentz-Minkowski a una variedad de Lorentz curvada para modelar campos gravitatorios, la Geometría de Lorentz, en su aspecto local, ha sido la herramienta fundamental en esta rama de la Física. En la década de los setenta, a partir de los trabajos de Hawking, Penrose, Geroch y otros sobre la estructura global del universo (“big bang”, colapso gravitatorio, propiedades de los agujeros negros etc.) la necesidad de desarrollar nuevas técnicas geométricas para el estudio de los modelos cosmológicos pasó a un primer plano. Esto ha constituido un gran aliciente para el espectacular desarrollo contemporáneo de la Geometría de Lorentz global.

El curso se dirige a alumnos procedentes de Física y Matemáticas con el objetivo de que adquieran conocimientos en R.G. desde ambos puntos de vista. Así, el matemático no sólo aprenderá herramientas y problemas geométricos de candente interés, sino que deberá asimilar el punto de vista y motivaciones de los físicos relativistas. Los físicos deberán estudiar la formulación matemáticamente rigurosa de la R.G., la cual resulta imprescindible para un conocimiento claro, profundo y puesto al día de esta teoría.

### **BIBLIOGRAFÍA**

J.K. Beem, P.E. Ehrlich and K.L. Easley: *Global Lorentzian Geometry*. Second Edition, Pure and Appl. Math. 202, Marcel Dekker, 1996.

A.N. Bernal, M. Sánchez: *Un paseo por las geometrías del espaciotiempo en el centenario de la Relatividad General*, La Gaceta de la RSME Vol. 18 (2015), Núm. 3, Págs. 521–542.

S. Carroll, *Spacetime and Geometry*, Addison-Wesley, 2004.

S.W. Hawking and G.F.R. Ellis: *The Large Scale Structure of Spacetime*. Cambridge Univ. Press, 1973.

S. Hawking and R. Penrose: *The Nature of Space and Time*. Princeton University Press, 1996.

M.A. Javaloyes, M. Sánchez: *An Introduction to Lorentzian Geometry and its Applications*. Sao Carlos: Rima



ugr

Universidad  
de Granada

2010, ISBN: 978-85-7656-180-4.

E. Minguzzi, M. Sánchez: *The causal hierarchy of spacetimes*. Recent developments in pseudo-Riemannian geometry. ESI Lect. Math. Phys., (Eur. Math. Soc. Publ. House, Zurich, 2008), H. Baum and D. Alekseevsky (eds.) p. 299 -- 358, ISBN=978-3-03719-051-7, arxiv: 0609119.

P. Morales Álvarez and M. Sánchez: *Myers and Hawking theorems: Geometry for the limits of the Universe*. Milan J. Math. Vol. 83 (2) (2015), 295-311

O. Müller, M. Sánchez: *An invitation to Lorentzian Geometry*. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 115 No 3-4 (2014): 153-183.

B. O'Neill: *Semi-Riemannian Geometry with Applications to Relativity*. Academic Press, New York, 1983.

B. O'Neill: *The Geometry of Kerr Black Holes*. A.K. Peters, 1995.

T. Ortín, *Gravity and Strings*, Cambridge University Press, 2004.

F.J. Palomo y A. Romero: *Certain actual topics on modern Lorentzian geometry* en : Handbook of Differential Geometry (Edit. F. Dillen y L. Verstraelen para Elsevier), Vol. 2 (2006) 513-546.

E. Poisson: *A relativist's Toolkit*. Cambridge University Press, 2007.

A. Romero, *Geometría de Lorentz: de lenguaje a herramienta básica en Relatividad General*, Facultat de Matemàtiques i Estadística, UPC, Conferències FME, Curs Einstein 2004-2005, Vol. 2 (2006), 127-151.

R.K. Sachs and H.Wu: *General Relativity for Mathematicians*. Graduate texts in Math., 48, Springer-Verlag, 1977.

R.K. Sachs and H.Wu: *General Relativity and Cosmology*. Bull. Amer. Math. Soc., 83 (1997), 1101-1164.

B. Thide: *Electromagnetic Field Theory*. Upsilon books, 2004.

R.M. Wald: *General Relativity*. University of Chicago Press, Chicago, 1984

#### ENLACES RECOMENDADOS

<http://relativity.livingreviews.org/>

<http://www.damtp.cam.ac.uk/user/gr/public/index.html>

#### METODOLOGÍA DOCENTE



ugr

Universidad  
de Granada

MD0. Lección magistral  
MD4. Tutorías académicas  
MD6. Análisis de fuentes y documentos

**EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)**

E1. Valoración de las pruebas, ejercicios, prácticas o problemas realizados individualmente o en grupo a lo largo del curso (90%)

E4. Valoración de la asistencia y participación del alumno en clase y en los seminarios, y sus aportaciones en las actividades desarrolladas (10%)

**INFORMACIÓN ADICIONAL**

Para los requisitos previos sobre Geometría Diferencial puede ser útil la siguiente referencia:

M. Sánchez Caja, J.L. Flores Dorado: *Introducción a la Geometría Diferencial de Variedades*, Editorial Académica Española / LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Saarbrücken (Alemania), ISBN 978-3-659-02776-5.



ugr

Universidad  
de Granada